✡ A.C. CIRCUIT CONTAINING RESISTANCE & INDUCTANCE

एसी परिपथ जिसमें प्रतिरोध और प्रेरकत्व दोनों हों :-

मान लो चित्र में दर्शाये अनुसार Resistance तथा Inductance प्रत्यावर्ती धारा (A.C. supply) के साथ series में जुड़े हुए हैं।

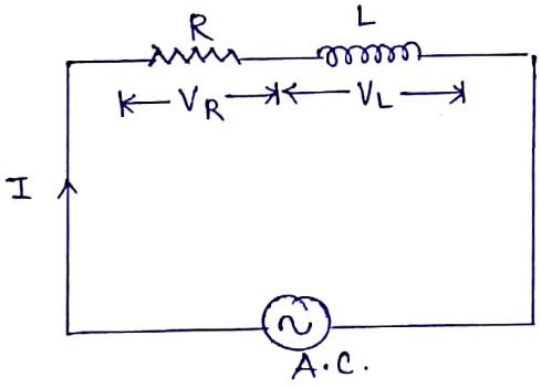
मान लो किसी क्षण A.C. volt. को निम्न समी. से व्यक्त करते हैं।

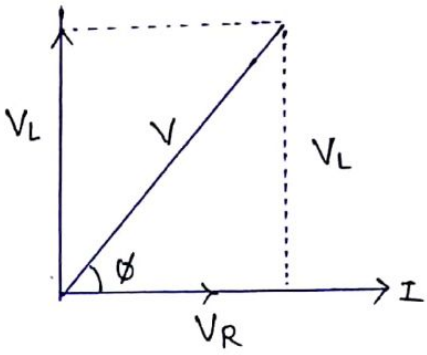
$$V = V_0 \sin\omega t \quad \underline{OR} \quad V = V_m \sin\omega t$$

मान लो किसी क्षण परिपथ में धारा I प्रवाहित हो रही है तो,

प्रतिरोध के सिरों पर विभवांतर $V_R = I \cdot R$

प्रेरकत्व के सिरों पर विभवांतर $V_L = I \cdot X_L$





यदि V_R तथा V_L का परिणामी V हो तो

पायथागोरस प्रमेय से, कर्ण^2 = लंब^2 + आधार^2

$$V^2 = V_R^2 + V_L^2$$

$$V^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot X_L)^2$$

$$V^2 = I^2 R^2 + I^2 \cdot X_L^2$$

$$V^2 = I^2 (R^2 + X_L)^2$$

$$\frac{V^2}{I^2} = (R^2 + X_L^2)$$

Scanned by CamScanner

परंतु $\frac{V}{I} = Z$ (Impedance) प्रतिबाधा

$$Z^2 = R^2 + X_L^2$$

OR $$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}}$$

where $\boxed{X_L = 2\pi f L}$

(2) Power factor, $\boxed{\cos\phi = \frac{R}{Z}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$

(3) Power $(P) = VI\cos\phi = I^2R$

✡ A.C. CIRCUT CONTAINING RESISTANCE & CAPACITANCE

मान लो चित्र में दर्शाये अनुसार एक Resistance तथा capacitance एक प्रत्यावर्ती वोल्टेज source के साथ series में जुड़ा है।

मान लो किसी क्षण A.C. Volt. को निम्न समी० से व्यक्त करते हैं

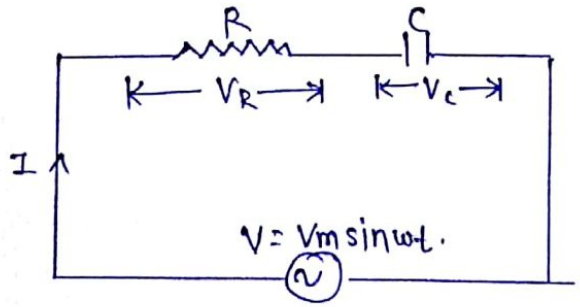
$$V = V_m \sin\omega t$$

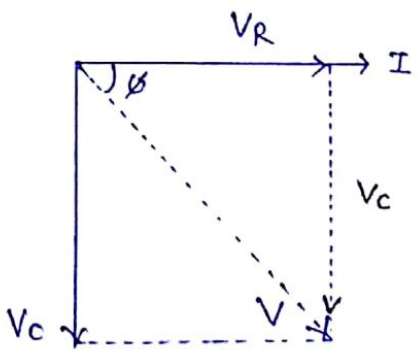
मान लो किसी क्षण परिपथ में धारा I प्रवाहित होती है। तब वोल्टेज ड्राप (विभवांतर) प्रतिरोध में $V_R = I \cdot R$

तथा
Capacitance में Volt. drop $V_c = I \cdot X_c$

जहां पर X_c = capacitive reactance.

$$\boxed{X_c = \frac{1}{2\pi f C}}$$





Scanned by CamScanner

पायथागोरस प्रमेय से $\quad$ कर्ण^2 = लंब^2 + आधार^2

$$V^2 = V_R^2 + V_c^2$$

$$V^2 = (I.R)^2 + (I.X_c)^2$$

$$= I^2.R^2 + I^2.X_c^2$$

$$V^2 = I^2 (R^2 + X_c^2)$$

$$\frac{V^2}{I^2} = (R^2 + X_c^2)$$

$$Z^2 = (R^2 + X_c^2)$$

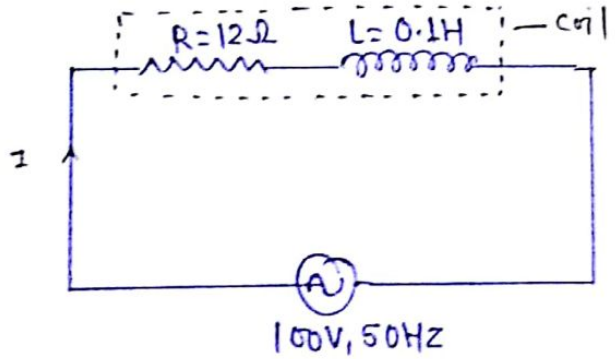
OR $\quad \boxed{Z = \sqrt{R^2 + X_c^2}}$

② Power factor, $\cos\phi = \frac{R}{Z}$

③ Power (P) = $VI\cos\phi = I^2R$

Q. A coil having a resistance of 12Ω and inductance of 0.1H is connected across a 100V, 50Hz supply, calculate (1) impedance of circuit (2) current (3) phase diffrence (4) Power factor.

Solution



Scanned by CamScanner

given data $R = 12\,\Omega$ $L = 0.1\,H$

$f = 50\,Hz$, $V = 100\,V$

Reactance $X_L = 2\pi fL$

$= 2\pi \times 50 \times 0.1 = 31.416\,\Omega$

(1) impedance $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{(12)^2 + (31.416)^2}$

$= 33.63\,\Omega$

(2) current $I = \frac{V}{Z} = \frac{100}{33.63} = 2.97\,A$

(3) $\cos\phi = \frac{R}{Z}$ or $\phi = \cos^{-1}\left(\frac{R}{Z}\right)$

$= \cos^{-1}\left(\frac{12}{33.63}\right)$

$= 69.1^\circ$

(4) power factor $= \frac{R}{Z}$

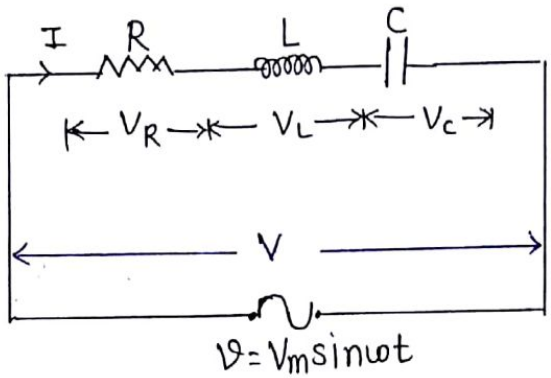
$= \frac{12}{33.63}$

$= 0.3568$ Lag

Scanned by CamScanner

UNIT : 6 SINGLE PHASE AC CIRCUIT

✡ R-L-C SERIES CIRCUIT



$v = V_m \sin\omega t$

fig: R-L-C series circuit

मान लो चित्र में दिखाये अनुसार एक inductor (L), capacitor (C) तथा Resistance (R) A.C. voltage source के साथ series में जुड़े हैं।

मान लो किसी क्षण आरोपित वोल्टेज

$V = V_m \sin\omega t$ तथा परिपथ में बहने वाली धारा I

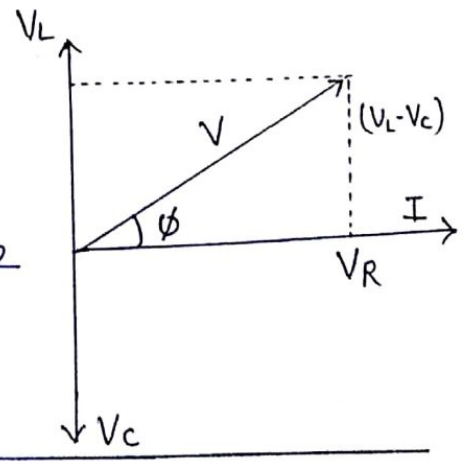
हो तो inductor के सिरों पर उत्पन्न विभवांतर $V_L = I.X_L$

capacitor —" —" —" $V_C = I.X_C$

Resistance —" —" —" $V_R = I.R$

विभवांतर V_R तथा current I same phase में होते हैं। विभवांतर V_L current I से 90° lead करता है तथा V_C current I से 90° Lag करता है।

यदि R-L-C परिपथ में voltage V हो तो



$$V^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$V^2 = (I.R)^2 + (I.X_L - I.X_C)^2$$

$$V^2 = I^2R^2 + I^2(X_L - X_C)^2$$

Scanned by CamScanner

$$\frac{V}{I} = R^2 + (X_L - X_C)^2$$

$$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

$X_L = \omega L$ तथा $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

PHASE DIFFRENCE:

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{I.X_L - I.X_C}{I.R}$$

$$= \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$$

POWER FACTOR: $\cos\phi = \frac{V_R}{V} = \frac{I.R}{I.Z} = \frac{R}{Z}$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$

POWER: Average power $P = VI\cos\phi = I^2R$

✡ POWER IN AC CIRCUIT

1. Apparent Power: यह RMS voltage और RMS current का गुणनफल होता है। इसे wattless या ideal power भी कहते हैं।

$$(S) = VI = I^2Z \text{ volt. Ampere.}$$

2. Active Power:- यह Power केवल Resistor में ही consume होता है। inductor तथा capacitor में यह Power consume नहीं होता है। fisl half में पावर consume होता है और 2nd $\frac{1}{2}$ cycle में source को return हो जाता है।

Scanned by CamScanner

Active power $P = VI\cos\phi = I^2R$ Watts

3. Reactive Power :- यह power प्रत्येक reactance में develop होता है।

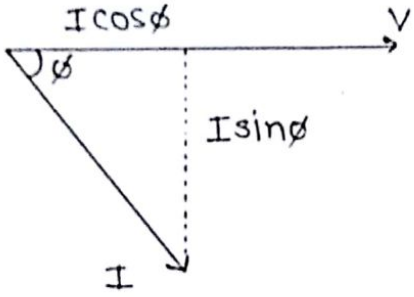
Reactive power $Q = VI\sin\phi$

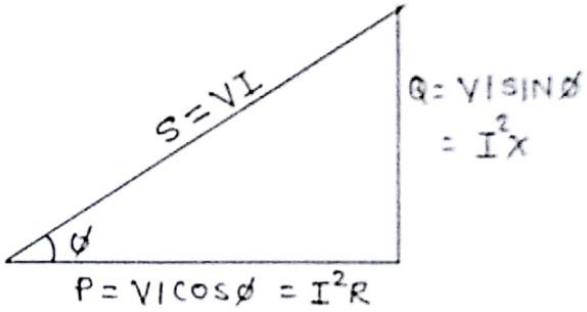
$= I^2X$ Volt Ampere reactive (VAR)

$$S = P + jQ$$

अथवा

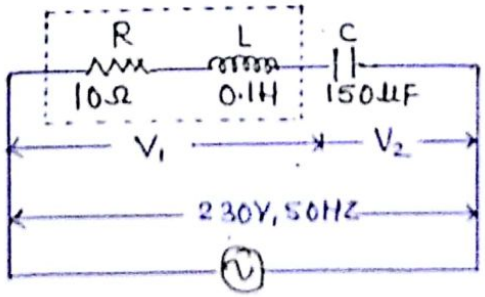
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$





Power triangle

Que: A coil having resistance of 10Ω and inductance 0.1H is connected in series with a condenser of capacitance 150μF across 200V, 50Hz supply. Determine impedance, (ii) current (iii) p.f. (iv) volt. across coil (v) volt. across condenser.



Solution: Inductive reactance $X_L = 2\pi f L$

$= 2\pi \times 50 \times 0.1$

$= 31.416\ \Omega$

Scanned by CamScanner

Capacitive reactance $X_c = \frac{1}{2\pi f C}$

$= \frac{1}{2\pi \times 50 \times 150 \times 10^{-6}}$

$= 21.22\,\Omega$

① impedance of circuit $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_c)^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (31.46 - 21.22)^2}$

$= 14.28\,\Omega$

② current $I = \frac{V}{Z} = \frac{200}{14.28} = 14\,A$

③ power factor, $\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{14.28} = 0.7$ lag

④ impedance of coil $Z_1 = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

$= \sqrt{(10)^2 + (31.416)^2}$

$= 32.969\,\Omega$

Volt. across coil $V_1 = I.Z_1 = 14 \times 32.969$

$= 461.57\,V$

⑤ voltage across capacitor $V_2 = I.X_c$

$= 14 \times 21.22$

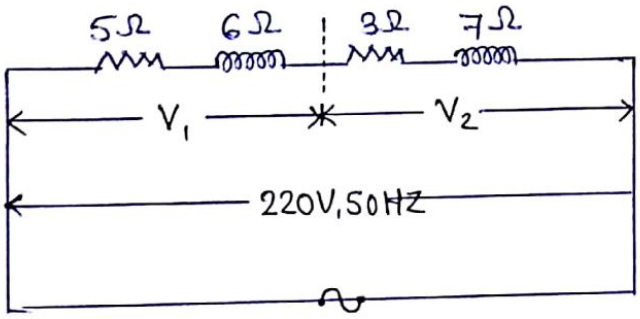
$= 297.08\,V$

Que② A resistance of 20Ω and inductance 0.2H and capacitance 100μF are connected in series across 220V, 50Hz mains. Determine the following:
① impedance ② current ③ volt across R, L and C ④ power in watts ⑤ power factor.

Solution:

Scanned by CamScanner

Que: Two coils are connected in series having resistance and inductive reactance 5 and 6 ohm, 3 and 7 ohm respectively. An AC. voltage of 200V, 50HZ is applied across the combination. Calculate (i) current, power factor & power absorbed. (ii) volt drop in each coil (iii) P.F & power absorbed in each coil.



Solution:

given data $R_1 = 5\Omega$

$X_{L_1} = 6\Omega$

$R_2 = 3\Omega$

$X_{L_2} = 7\Omega$

$V = 200V$

impedance of first coil $Z_1 = \sqrt{(R_1)^2 + (X_{L_1})^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (6)^2}$

$= 7.81\Omega$

impedance of second coil $Z_2 = \sqrt{R_2^2 + (X_{L_2})^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (7)^2}$

$= 7.606\Omega$

Total Resistance $R = R_1 + R_2 = 5 + 3 = 8\Omega$

— " — Reactance $X_L = X_{L_1} + X_{L_2} = 6 + 7 = 13\Omega$

Total impedance $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

$= \sqrt{8^2 + 13^2} = 15.264\Omega$

Scanned by CamScanner

(i) current in circuit, $I = \frac{V}{Z} = \frac{200}{15.264} = 13.1\,A$

Power factor of circuit $\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{15.264} = 0.524$

Power absorbed in circuit, $P = VI\cos\phi$

$= 200 \times 13.1 \times 0.524$

$= 1373\,W$

(ii) Voltage drop across first coil $V_1 = I \cdot Z_1$

$= 13.1 \times 7.81 = 102.3\,V$

Voltage drop across II coil $V_2 = I \cdot Z_2$

$= 13.1 \times 7.616 = 99.77\,V$

(iii) Power absorbed of I^{st} coil, $\cos\phi = \frac{R}{Z_1} = \frac{5}{7.81} = 0.64$ Lagging

Power absorbed in 1^{st} coil $P_1 = V_1 I \cos\phi_1$

$= 102.3 \times 13.1 \times 0.64$

$= 858\,W$

Power factor of II^{nd} coil, $\cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{3}{7.616}$

$= 0.394$ Lagging

Power absorbed in II^{nd} coil, $P_2 = V_2 I \cos\phi_2$

$= 99.77 \times 13.1 \times 0.394$

$= 515\,W$

Scanned by CamScanner

✡ SERIES RESONANCE:

जब R-L-C परिपथ में प्रत्यावर्ती वोल्टेज तथा प्रत्यावर्ती धारा समान कला (same phase) में होते हैं। तो इस प्रकार के परिपथ को अनुनादी परिपथ कहते हैं।

जब $X_L = X_C$ अथवा $X_L - X_C = 0$

At resonance $X_L = X_C$ अथवा $X_L - X_C = 0$

impedance $Z_r = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$= \sqrt{R^2 + 0}$

$Z_r = R$

current $I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{V}{R}$

इस स्थिति में impedance का मान न्यूनतम (minimum) होता है, जिससे परिपथ में बहने वाली धारा का मान अधिकतम (maximum) होता है।

Resonant frequency :-

अनुनाद की स्थिति में $X_L = X_C$

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$

$\omega^2 = \frac{1}{LC}$

$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$2\pi f_r = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$$\boxed{f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Scanned by CamScanner

प्रत्यावर्ती वोल्टेज की उस आवृत्ति को जिसके लिए श्रेणी L-C-R अनुनादी परिपथ में बहने वाली धारा अधिकतम होती है, परिपथ की अनुनादी आवृत्ति (Resonance freq.) कहते हैं।

Resonance Curve :-

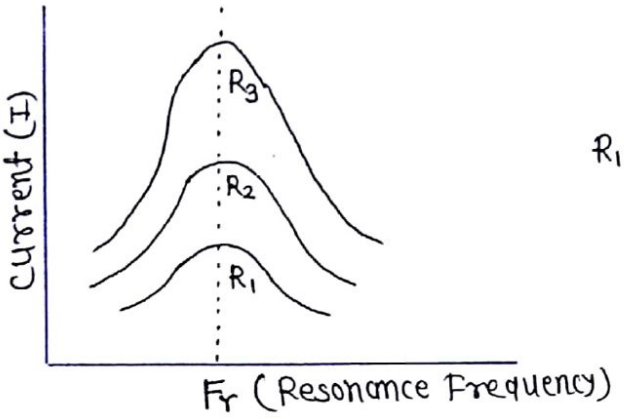


Fig: Resonance curve.

(1) प्रारंभ में ज्यों-ज्यों frequency का मान बढ़ाया जाता है, current का मान भी बढ़ता जाता है। Resonance frequency (f_r) पर current का मान maximum होता है। इसके पश्चात frequency बढ़ाने पर current कम होने लगता है।

(2) Resonance frequency (f_r) के संगत max. current का मान Resistance (R) के मान पर निर्भर करता है। R का मान कम होने पर I_r का मान अधिक होता है। R का मान कम होने पर अनुनाद की तीक्ष्णता (sharpness) ~~कम होते जाती है। बढ़ते~~ बढ़ने लग जाती है। R का मान बढ़ाने पर flat होने लगता है।

(3) Resonance frequency प्रतिरोध पर निर्भर नहीं करती है।

Effect of series Resonance :-
(श्रेणी अनुनादी परिपथ की विशेषताएं)

(1) इस परिपथ में X_L तथा X_C बराबर होती हैं अतः impedance का मान कम होता है।

$$i.e \quad Z_r = R$$

(2) Impedance का मान कम होने से current का मान अधिक होता है।

$$I_r = \frac{V}{Z_r} = \frac{V}{R} \text{ maximum}$$

Scanned by CamScanner

③ इस परिपथ में Voltage तथा current समान कला (same phase) में होते हैं। अतः Power factor 1 के बराबर होता है।

i.e. $\cos\phi_r = 1$

④ परिपथ में power absorption अधिक होता है क्योंकि I_r maximum होता है।

$P_r = I_r^2 . R$

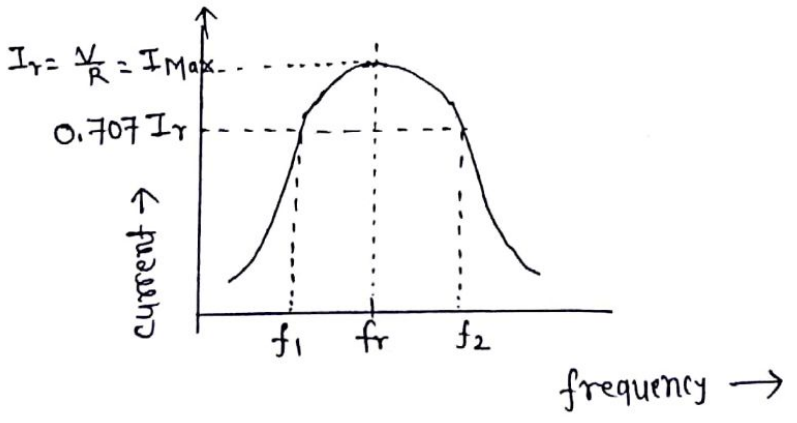
⑤ Inductor तथा capacitor के सिरों के बीच प्राप्त voltage, applied voltage से अधिक होता है।

Application:

1. Acceptor circuit (ग्राही परिपथ) के रूप में।
2. Antena circuit of radio and TV receiver.
3. Tunning circuit में।

Bandwidth :-

Resonance frequency की वह range जहां पर परिपथ धारा का मान अधिकतम धारा (max. current) के 70.7% के बराबर होती है या इससे अधिक होती है। Bandwidth कहलाती है।

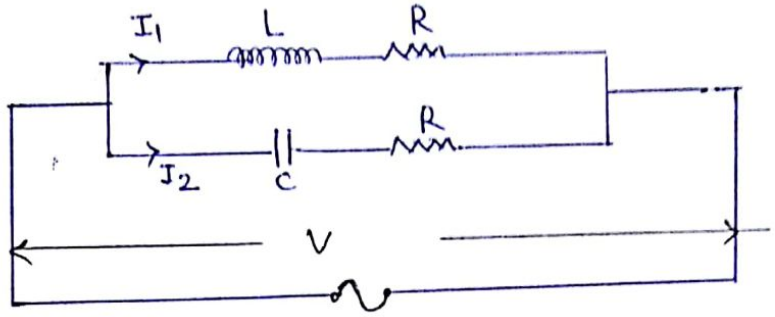


f_1 = lower cut-off freq.
f_2 = Upper —"—

$BW = f_2 - f_1$ & $f_r = \sqrt{f_1 f_2}$

Scanned by CamScanner

✡ Parallel Resonance :–



इस अनुनादी परिपथ में inductor तथा capacitor समांतर (Parallel) क्रम में जुड़े होते हैं। तथा दोनों शाखाओं में प्रतिरोध R समान होता है। माना कि मुख्य धारा का मान I तथा प्रेरकत्व L तथा capacitor(C) में बहने वाली current I_1 तथा I_2 है तब

$$I_1 = \frac{V}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \quad \text{—①} \qquad I_2 = \frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \cdots\cdots ②$$

$$\tan\phi_1 = \frac{\omega L}{R} \quad \cdots ③ \quad \& \quad \tan\phi_2 = \frac{1/\omega C}{R} \quad \cdots ④$$

यदि $X_L = X_C$ अथवा $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ हो तो

समी. ① व ② से

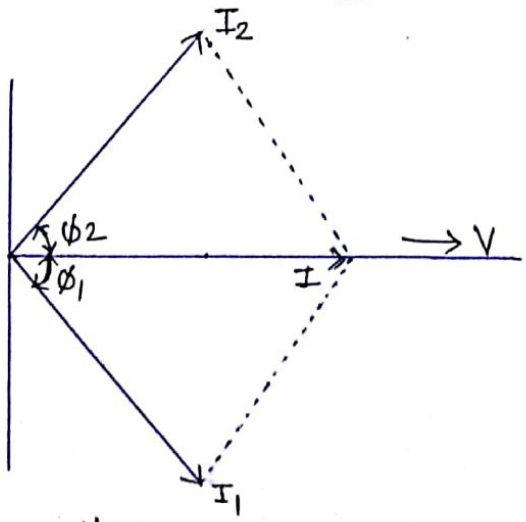
$$I_1 = I_2$$

पुनः यदि X_L तथा X_C का मान R से बहुत ही कम हो तो

समी. ③ तथा ④ से $\quad X_L << R \; \& \; X_C << R$

$$\tan\phi_1 \simeq 0 \qquad \text{तथा} \qquad \tan\phi_2 \simeq 0$$

अर्थात $\phi_1 \simeq \phi_2 \simeq \frac{\pi}{2}$



Phase diffrence b/w V & I in parallel resonance.

Scanned by CamScanner

चित्र से स्पष्ट है कि I_1 तथा I_2 का मान I से अधिक होंगे। इस प्रकार Parallel resonance circuit में धारा का प्रवर्धन (current amplification) होता है। अतः इसे धारा अनुनादी भी कहते हैं।

Condition for resonance

$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$2\pi f_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

DIFFRENCE B/W SERIES & PARALLEL RESONANCE:-

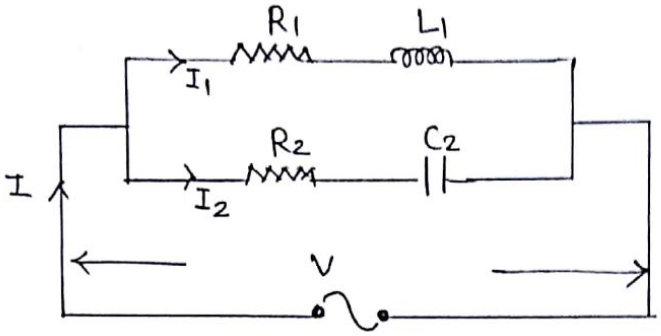
SERIES RESONANCE	PARALLEL RESONANCE
1. इस परिपथ में Z का मान minimum (न्यूनतम) होता है।	1. इस परिपथ में Z का मान Max. अधिकतम होता है।
2. अनुनाद की स्थिति में धारा का मान अधिकतम होता है।	2. अनुनाद की स्थिति में धारा का मान शून्य होता है।
3. यह परिपथ Voltage Amplification (वोल्टेज प्रवर्धन) के लिए प्रयुक्त होता है।	3. यह current amplification के लिए प्रयुक्त होता है।
4. इस परिपथ का प्रयोग ग्राही परिपथ (Acceptor circuit) के लिए किया जाता है।	4. इस परिपथ का प्रयोग अस्वीकारी परिपथ (Rejector circuit) के लिए किया जाता है।

Scanned by CamScanner

✡ METHODS OF SOLVING PARALLEL A.C. CIRCUIT

1. PHASOR (VECTOR) METHOD

STEP-I Draw the circuit diagram as per given problem:-
दिए गए Problem के आधार पर circuit diagram खींचिए:-



STEP-III Determine the magnitude of current and phase angle with the voltage in each branch.
वोल्टेज तथा धारा के magnitude तथा phase angle का निर्धारण:-

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \quad ; \quad \phi_1 = \tan^{-1}\frac{X_{L1}}{R_1} \text{ (lagging) for inductive branch}$$

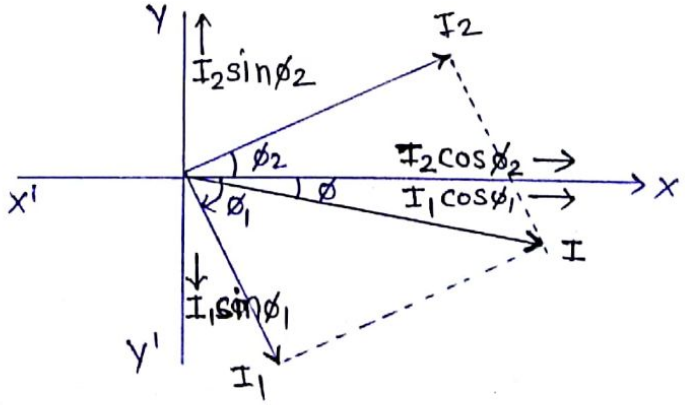
$$I_2 = \frac{V}{Z_2} \quad ; \quad \phi_2 = \tan^{-1}\frac{X_{C_2}}{R_2} \text{ (leading) for cap. branch.}$$

Step-II दिए गए परिपथ में अलग अलग ब्रान्च में Impedance का निर्धारण:-

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} \qquad \text{where } X_L = 2\pi f_{L_1}$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C_2}^2} \qquad \text{where } X_C = \frac{1}{2\pi f C_2}$$

Step-IV वोल्टेज को Refrence फेजर मानते हुए phasor diagram खींचिए:-



Scanned by CamScanner

STEP V:- ब्रांच current का phasor sum का निर्धारण :-

$$I_{xx} = I_1 \cos\phi_1 + I_2 \cos\phi_2$$

$$I_{yy} = -I_1 \sin\phi_1 + I_2 \sin\phi_2$$

$$I = \sqrt{(I_{xx})^2 + (I_{yy})^2}$$

STEP 6:- Voltage तथा current के मध्य phase-angle का निर्धारण

$$\phi = \tan^{-1} \frac{I_{yy}}{I_{xx}} \quad \text{Lagging}$$

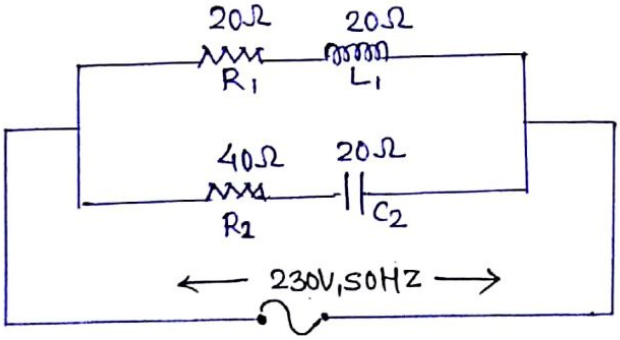
Power factor = $\cos\phi$ (Lagging)

अथवा

Power factor = $\frac{I_{xx}}{I}$ (Lagging)

Que: The circuit A & B are connected in parallel to a 230V, 50Hz supply circuit A consits of resistance 20Ω in series with inductive reactance of 20Ω and B consists of resistance 40Ω in series with capacitive reactance of 20Ω. Determine current drawn from each branch and current drawn from source.

Solution:



impedance $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{(20)^2 + (20)^2} = 28.284\,\Omega$

$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C_2}^2} = \sqrt{(40)^2 + (20)^2} = 44.72\,\Omega$

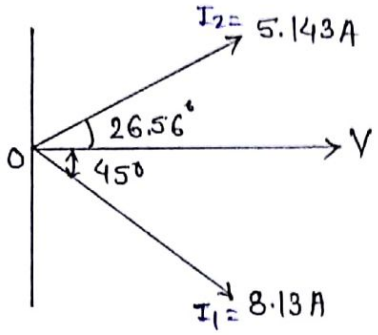
current, $I_1 = \frac{V}{Z_1} = \frac{230}{28.284} = 8.13\,A$

$I_2 = \frac{V}{Z_2} = \frac{230}{44.72} = 5.143\,A$

Scanned by CamScanner

Phase angle, $\phi_1 = \tan^{-1}\frac{X_{L1}}{R_1} = \tan^{-1}\frac{20}{20} = 45^\circ$ lag.

Phase angle $\phi_2 = \tan^{-1}\frac{X_{C2}}{R_2} = \tan^{-1}\frac{20}{40} = 26.56^\circ$ leading



$$I_{xx} = I_1\cos\phi_1 + I_2\cos\phi_2$$
$$= 8.13\cos 45 + 5.143\cos 26.56^\circ$$
$$= 10.35\ A$$

$$I_{yy} = -I_1\sin\phi_1 + I_2\sin\phi_2$$
$$= -8.13\sin 45 + 5.143\sin 26.56$$
$$= -3.45\ A$$

current drawn from mains

$$I = \sqrt{I_{xx}^2 + I_{yy}^2}$$
$$= \sqrt{(10.35)^2 + (-3.45)^2}$$
$$= 10.91\ A$$

Scanned by CamScanner